Zestaw nr 11.

Zadanie 11.1.

Wśród wyrobów produkowanych na nowej maszynie występuje 20% sztuk wadliwych. W losowaniu niezależnym wylosowano 100 sztuk wyprodukowanych na tej maszynie. Obliczyć EX i D^2X wiedząc, że zmienna losowa ma rozkład dwumianowy, a także obliczyć prawdopodobieństwo, że w próbie znajduje się dokładnie $k = 22$ sztuk wadliwych. (Wskazówka: wykorzystać lokalne twierdzenie Moivre'a-Laplace'a).

Zadanie 11.2.

Łańcuch rolkowy składa się z $n = 43$ ogniw. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że montując taki łańcuch z ogniw o wymiarze $k = 19{,}06^{+0{,}05}_{-0{,}04}\,mm$ otrzymamy długość łańcucha $L = 820^{+0{,}78}_{-0{,}85}\,mm$ (przewidzianą normą). (Wskazówka: wykorzystać twierdzenie Lindeberga-Levy'ego - centralne twierdzenie graniczne).

Zadanie 11.3.

Znane jest prawdopodobieństwo tego, że obrabiany przedmiot będzie miał wymiar poza polem tolerancji: $p = 0{,}05$. Mamy partię przedmiotów złożoną z $n = 400$ sztuk. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że w partii znajduje się co najwyżej 30 sztuk wadliwych. (Wskazówka: wykorzystać integralne twierdzenie graniczne Moivre'a-Laplace'a).

Zadanie 11.4.

Prawdopodobieństwo otrzymania wadliwego odlewu wynosi $p = 0{,}02$. Wykonano serię liczącą $n = 5000$ odlewów. Oszacować prawdopodobieństwo, że wadliwość tej serii nie będzie różniła się od p o więcej niż $0{,}005$. (Wskazówka: wykorzystać prawo wielkich liczb Bernoulliego).

Zadanie 11.5.

Obliczyć, ilu dokonać trzeba pomiarów pewnej wielkości, aby z prawdopodobieństwem większym od $0{,}95$ można było spodziewać się, że średnia arytmetyczna otrzymanych wyników różni się od wartości oczekiwanej o mniej niż $0{,}1$. Zakładamy, że znana jest wariancja pomiarów $\sigma^2 = 0{,}002$. (Wskazówka: wykorzystać nierówność Czebyszewa).

Zadanie 11.6.

Pewne zdarzenie wystąpiło x razy w serii m powtórzeń. Wiadomo, że prawdopodobieństwo wystąpienia tego zdarzenia przy każdym pojedynczym powtórzeniu jest takie samo i równe p, lecz p nie jest znane. Obliczyć p dla $m = 16$ i $x = 5$ metodą największej wiarygodności. (Wskazówka: wykorzystać rozkład dwumianowy).

Zadanie 11.7.

Za pomocą metody największej wiarygodności wyznaczyć estymator parametru p rozkładu populacji ogólnej o funkcji prawdopodobieństwa $P(x,p) = \binom{m}{x} p^x \cdot (1-p)^{m-x}$, $x = 1,2,3,\ldots,m$. Wyznaczyć estymator parametru p dla próby n-elementowej.

Zadanie 11.8.

Populacja ogólna ma rozkład normalny $N(\mu,\delta)$. Na podstawie próby n-elementowej ocenić oba parametry μ i δ metodą największej wiarygodności.

Zadanie 11.9.

Różnica wskazań dowolnych dwóch przyrządów pomiarowych z pewnej serii tych przyrządów jest zmienną losową o rozkładzie jednostajnym w przedziale (υ_1,υ_2). Na podstawie próby ocenić metodą momentów parametry υ_1 i υ_2 oraz wyznaczyć ich estymatory $\hat{\upsilon}_1$ i $\hat{\upsilon}_2$. (Wskazówka: zastąpić EX przez $\overline{X}$ i σ^2 przez S^2).

Zadanie 11.10.

Dokonano pomiaru średnic $n = 5$ wałków produkowanych automatycznie. Średnia arytmetyczna pomierzonych średnic wyniosła $\overline{X} = 25mm$. Wiadomo, że $\sigma = 0{,}5mm$ i rozkład prawdopodobieństwa średnic jest normalny. Obliczyć końce 95% przedziału ufności. Obliczenia wykonać także dla $n = 36$ i $1-\alpha = 0{,}9$; $0{,}99$; $0{,}999$.

Prowadzący: Ireneusz Jóźwiak

Zadanie 11.11.

Przy warunkach z zadania 10 oraz danych $n = 30$ wałków zakładamy, że estymatorem jest mediana $x_m = 25$. Ocenić końce 95% przedziału ufności.

Zadanie 11.12.

Przy niezmienionych pozostałych danych z zadania 10 przyjmujemy, że σ nie jest znane, a jego oceną jest wartość S równa $s = 0{,}5mm$. Znaleźć końce przedziału ufności.

Zadanie 11.13.

W celu sprawdzenia dokładności wskazań przyrządu pomiarowego dokonano $n = 15$ pomiarów i otrzymano kwadrat średniego kwadratowego odchylenia $s^2 = 10$. Wyznaczyć końce 95% przedziału ufności wariancji i odchylenia standardowego. Obliczenia wykonać także dla $n = 100$.

Zadanie 11.14.

Dla danych z zadania 13 i $n = 100$ korzystając z asymptotycznej własności statystyki S obliczyć przedział ufności parametru σ.