

Zestaw nr 7.**Zadanie 7.1.**

Obliczyć wartość oczekiwaną i wariancję zmiennej losowej X mającej rozkład normalny. Wyjaśnić znaczenia stałych we wzorze na gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej o rozkładzie normalnym. Pokazać na wykresie wpływ μ i σ na funkcję gęstości prawdopodobieństwa. Dla rozkładu normalnego wyznaczyć współczynnik zmienności, współczynnik asymetrii i współczynnik spłaszczenia oraz zinterpretować geometrycznie te współczynniki.

Zadanie 7.2.

Udowodnić zależności: $\operatorname{erf}(x) = 2 \cdot \Phi(\sqrt{2}x)$, $\operatorname{erf}(x) = 2 \cdot F(\sqrt{2}x) - 1$, $F(x) = 0,5 \cdot \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \right]$, gdzie:

$\operatorname{erf}(x)$ - funkcja błędu, Φ - funkcja Laplace'a.

Zadanie 7.3.

Długość [w mm] pewnej części produkowanej na automacie jest zmienną losową o rozkładzie $N(20, 1/5)$. Obliczyć prawdopodobieństwo, że długość tej części zawarta będzie między 19,9mm i 20,3mm.

Zadanie 7.4.

Wiadomo, że przy obróbce części na pewnym automacie odchylenie standardowe od wymiaru nominalnego wynosi $\sigma = 0,01\text{mm}$. Pole tolerancji jest równe 0,06mm (zinterpretować graficznie pole tolerancji). Na skutek trudności w uzyskaniu nominalnego wymiaru nastawczego wartość przeciętna odchyłki jest o 0,015mm przesunięta od środka pola tolerancji w prawo. Obliczyć przewidywany % części wykonanych wadliwie, tj. prawdopodobieństwo, że $|X| > 3\sigma$, czyli $|X| > 0,03$.

Zadanie 7.5.

Wykazać, że gęstość prawdopodobieństwa rozkładu $N(0,1)$ spełnia warunek: $f'(x) = -x \cdot f(x)$.

Zadanie 7.6.

Czas [w h] dojazdu pracowników do zakładu pracy jest zmienną losową o rozkładzie logarytmo-normalnym o parametrach: $\mu = 0,7$ i $\sigma = 0,5$. Obliczyć dystrybucję tej zmiennej losowej. Obliczyć oczekiwany czas dojazdu do pracy oraz prawdopodobieństwo, że czas dojazdu nie przekracza 2h. Obliczyć medianę i wartość modalną oraz podać ich interpretację.

Zadanie 7.7.

Przeprowadzić badanie funkcji gęstości prawdopodobieństwa (i podać jej wykres) dla rozkładu logarytmo-normalnego, przy $\mu = 0$, $\sigma = 0,5$.