

Zestaw nr 9.

Zadanie 9.1.

Obliczyć współczynnik korelacji między składowymi wektora losowego o łącznej gęstości prawdopodobieństwa:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y & : x \in (0, 1) \wedge y \in (0, 1) \\ 0 & : x \notin (0, 1) \vee y \notin (0, 1) \end{cases}$$

Zadanie 9.2.

Zmienne losowe X i Y mają łączną gęstość określoną wzorem:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2 - 2xy + 2y^2}{2}}. \quad \text{Wykazać, że } \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy = 1.$$

Obliczyć momenty rzędu pierwszego i drugiego, drugi moment centralny mieszany i współczynnik korelacji zmiennych losowych.

Zadanie 9.3.

Obliczyć linie regresji I i II-go rodzaju zmiennej losowej Y względem zmiennej losowej X , gdy łączna gęstość prawdopodobieństwa dana jest wzorem przedstawionym w zadaniu 1. Narysować wykresy obu linii regresji. Obliczyć błąd aproksymacji linią regresji.

Zadanie 9.4.

Zmienna losowa ma rozkład wykładniczy o gęstości prawdopodobieństwa określonej wzorem:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & : x < 0 \\ e^{-x} & : x \geq 0 \end{cases}$$

Wyznaczyć gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej $Y = \sqrt{X}$ i narysować jej wykres.

Zadanie 9.5.

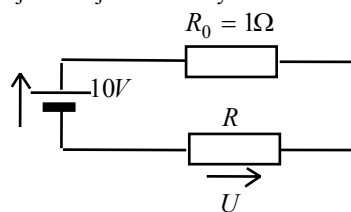
Zmienna losowa ma rozkład normalny o gęstości prawdopodobieństwa:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

Obliczyć gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej $Y = a \cdot X + b$, gdzie $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$. Jaki rozkład ma zmienna losowa Y ?

Zadanie 9.6.

W obwodzie jak na rysunku napięcie wejściowe jest stałe i wynosi $10V$.



Rezystancja $R_0 = 1\Omega$ jest również stała, natomiast rezystancja R ma gęstość prawdopodobieństwa:

$$f_R(r) = \begin{cases} \frac{2}{3}r & : r \in (1, 2) \\ 0 & : r \notin (1, 2) \end{cases}$$

Znaleźć gęstość prawdopodobieństwa spadku napięcia na rezystancji R , tj. obliczyć $f_U(u)$.

Zadanie 9.7.

Wyznaczyć gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej $Y = X^2$, przy założeniu, że zmienna losowa X ma rozkład normalny $N(0, \sigma)$.